PART3　導関数の計算

例題

次の関数を微分せよ。また，$x=1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

(1)　$f(x)=3x^2+6x-5$

(2)　$f(x)=2x^3-4x^2-6$

(3)　$f(x)=2x^4-3x^2+7x-9$

(4)　$f(x)=-2$

Point Pickup

練習

次の関数を微分せよ。また，$x=-1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

(1)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$

(2)　$f(x)=x^3+5x^2+2x-1$

(3)　$f(x)=-3x^4+4x^2+3$

第14講　PART3 確認問題

次の関数を微分せよ。また，$x=-1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

1 $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+4x+6$

$f'(x)=$ [ア] $x+$ [イ]

$f'(-1)=$ [ウ]

2 $f(x)=x^3+2x^2-x-5$

$f'(x)=$ [エ] x^2+ [オ] $x-$ [カ]

$f'(-1)=$ [キク]

3 $f(x)=-2x^4+7x^2+1$

$f'(x)=$ [ケコ] x^3+ [サシ] x

$f'(-1)=$ [スセ]

PART3　導関数の計算

例題

次の関数を微分せよ。また，$x=1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

(1)　$f(x)=3x^2+6x-5$　　(2)　$f(x)=2x^3-4x^2-6$

(3)　$f(x)=2x^4-3x^2+7x-9$　　(4)　$f(x)=-2$

(1)　$f'(x)=3\left(x^2\right)'+6(x)'-(5)'=3\cdot 2x+6\cdot 1-0=6x+6$

$f'(1)=6\cdot 1+6=12$

(2)　$f'(x)=2\left(x^3\right)'-4\left(x^2\right)'-(6)'=2\cdot 3x^2-4\cdot 2x-0=6x^2-8x$

$f'(1)=6\cdot 1^2-8\cdot 1=-2$

(3)　$f'(x)=2\left(x^4\right)'-3\left(x^2\right)'+7(x)'-(9)'=2\cdot 4x^3-3\cdot 2x+7\cdot 1-0=8x^3-6x+7$

$f'(1)=8\cdot 1^3-6\cdot 1+7=9$

(4)　$f'(x)=0$，$f'(1)=0$

練習

次の関数を微分せよ。また，$x=-1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

(1)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$　　(2)　$f(x)=x^3+5x^2+2x-1$

(3)　$f(x)=-3x^4+4x^2+3$

(1)　$f'(x)=-\frac{1}{2}(x^2)'+3(x)'+(2)'=-\frac{1}{2}\cdot 2x+3\cdot 1+0=-x+3$

$f'(-1)=-(-1)+3=4$

(2)　$f'(x)=(x^3)'+5(x^2)'+2(x)'-(1)'=3x^2+5\cdot 2x+2\cdot 1-0=3x^2+10x+2$

$f'(-1)=3\cdot(-1)^2+10\cdot(-1)+2=-5$

(3)　$f'(x)=-3(x^4)'+4(x^2)'+(3)'=-3\cdot 4x^3+4\cdot 2x+0=-12x^3+8x$

$f'(-1)=-12\cdot(-1)^3+8\cdot(-1)=4$

第14講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：$-$，イ：4，ウ：5

[解説]

関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+4x+6$ を微分すると

$$f'(x)=-\frac{1}{2}(x^2)'+4(x)'+(6)' \quad \text{[A]}$$

$$=-\frac{1}{2}\cdot 2x+4\cdot 1+0 \quad \text{[B]}$$

$$=\boldsymbol{-x+4}$$

また，$x=-1$ における微分係数は

$$f'(-1)=-(-1)+4 \quad \text{[C]}$$

$$=\boldsymbol{5}$$

> [A]　k，l を定数とするとき
> $\{kf(x)\}'=kf'(x)$
> $\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$
> （複号同順）

> [B]　n を正の整数，c を定数とするとき
> $(x^n)'=nx^{n-1}$，$(c)'=0$

> [C]　微分係数 $f'(a)$ の求め方
> ①　$f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。
> ②　$f'(x)$ に $x=a$ を代入する。

2

[正解] エ：3，オ：4，カ：1，キク：-2

[解説]

関数 $f(x)=x^3+2x^2-x-5$ を微分すると

$$f'(x)=(x^3)'+2(x^2)'-(x)'-(5)' \quad \text{[D]}$$

$$=3x^2+2\cdot 2x-1-0 \quad \text{[E]}$$

$$=\boldsymbol{3x^2+4x-1}$$

また，$x=-1$ における微分係数は

$$f'(-1)=3\cdot(-1)^2+4\cdot(-1)-1 \quad \text{[F]}$$

$$=\boldsymbol{-2}$$

> [D]　k，l を定数とするとき
> $\{kf(x)\}'=kf'(x)$
> $\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$
> （複号同順）

> [E]　n を正の整数，c を定数とするとき
> $(x^n)'=nx^{n-1}$，$(c)'=0$

> [F]　微分係数 $f'(a)$ の求め方
> ①　$f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。
> ②　$f'(x)$ に $x=a$ を代入する。

3 **[正解]** ケコ：-8，サシ：14，スセ：-6

[解説]

関数 $f(x)=-2x^4+7x^2+1$ を微分すると

$$f'(x)=-2(x^4)'+7(x^2)'+(1)' \quad \text{[G]}$$

$$=-2\cdot 4x^3+7\cdot 2x+0 \quad \text{[H]}$$

$$=\mathbf{-8x^3+14x}$$

また，$x=-1$ における微分係数は

$$f'(-1)=-8\cdot(-1)^3+14\cdot(-1) \quad \text{[I]}$$

$$=\mathbf{-6}$$

[G]　k，l を定数とするとき
$\{kf(x)\}'=kf'(x)$
$\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$
（複号同順）

[H]　n を正の整数，c を定数とするとき
$(x^n)'=nx^{n-1}$，$(c)'=0$

[I]　微分係数 $f'(a)$ の求め方
① $f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。
② $f'(x)$ に $x=a$ を代入する。